سرگرمی با حل مسائل ریاضی

محمد طبیعی
دانشجوی مهندسی عمران
دانشگاه صنعتی شریف

اشاره

این مقاله در حقیقت بیان خاطره‌ای است از یک ریاضی‌دان هندی به نام *امبیکشوار شارما*[1]. وی دانش‌آموختهٔ ریاضی در «دانشگاه لکهنو»[2] در کشور هند است و دکترای خود را در همان دانشگاه گرفته است. او همچنین مدتی در دانشگاه آلبرتا[3] استاد بوده است. لازم به ذکر است که شارما در این مقاله گریزی به خاطرات خود از استادی به نام *لئوموزر*[4] می‌زند که ارتباطی با مقاله نداشته است و به‌نظر می‌رسد جنبهٔ تبلیغی دارد. لذا از ترجمهٔ این قسمت از مقاله خودداری شده است.

همچنین او در مسئلهٔ سوم مطرح شده در این مقاله به بررسی گاه‌شمار میلادی (گاه‌شمار گریگوری) می‌پردازد که ابتدا قصد داشتم آن را با تقویم هجری شمسی عوض کنم. اما باید توجه داشت که بررسی سال‌های کبیسه در تقویم جلالی بسیار پیچیده است و با تحقیقی که این‌جانب انجام دادم، متوجه شدم که ابداً این موضوع صحت ندارد که هر چهار سال یک‌سال کبیسه است (سال ۱۳۷۰ یک سال کبیسه بود!) و تحلیل گاه‌شمار هجری شمسی عملاً خود به مقاله‌ای جداگانه و مفصل نیاز دارد. لذا در مسئلهٔ سوم عیناً آنچه که مؤلف نوشته، ترجمه شده است.

بعضی وقت‌ها مسائل ریاضی در جایی که حتی به فکرتان هم خطور نمی‌کند، به شما داده می‌شود. به عنوان دانش‌آموز ریاضی فرصت مناسبی است که با این مسائل روبه‌رو شوید و سعی کنید آن‌ها را بفهمید و در صورت امکان حل کنید. این اتفاق چندین سال پیش وقتی که با قطار از لکهنو[5] به الله‌آباد[6] می‌رفتم، برای من هم رخ داد.

آن‌زمان در دانشگاه لکهنو کار می‌کردم و قصد داشتم برای شرکت در جلسه‌ای که در کتابخانه دانشگاه الله‌آباد برگزار می‌شد، به مدت یک‌روز به آنجا بروم و بعدازظهر روز بعد به لکهنو برگردم. در آن دوره استطاعت خرید بلیت درجهٔ یک یا درجهٔ دو قطار را نداشتم، به‌همین دلیل مجبور شدم بلیت درجه سه بگیرم.

خود را نیم ساعت زودتر به ایستگاه رساندم، تا هم بتوانم تخت بالا را بگیرم و هم در یک جای آرام و بی‌سروصدا بنشینم. بالاخره جایی مناسب برای نشستن پیدا کردم، اما مردی که داشت در راهرو قطار قدم می‌زد و نگاهش را به داخل کوپه دوخته بود، قبل از من تخت بالا را اشغال کرده بود. در نتیجه من مجبور شدم تخت پایین را انتخاب کنم. کمی بعد او به داخل کوپه آمد و سر صحبت را با من باز کرد.

فهمیدم او تاجر است و برای انجام کار تجاری به الله‌آباد می‌رود. همچنین صاحب فروشگاه بزرگی در «امین‌آباد»[7] است. من هم به او گفتم که ریاضی تدریس می‌کنم و الان هم برای سخنرانی به دانشگاه الله‌آباد می‌روم.

او از شنیدن اینکه من ریاضی تدریس می‌کنم، بسیار خوش‌حال شد و از من خواست دو مسئلهٔ ریاضی را که پسرش به او داده بود، برایش حل کنم. از او خواستم مسئله‌ها را به من بگوید تا در این سفر روی آن‌ها فکر کنم و آن‌ها را حل کنم. به این ترتیب او شروع به گفتن آن مسئله‌ها کرد:

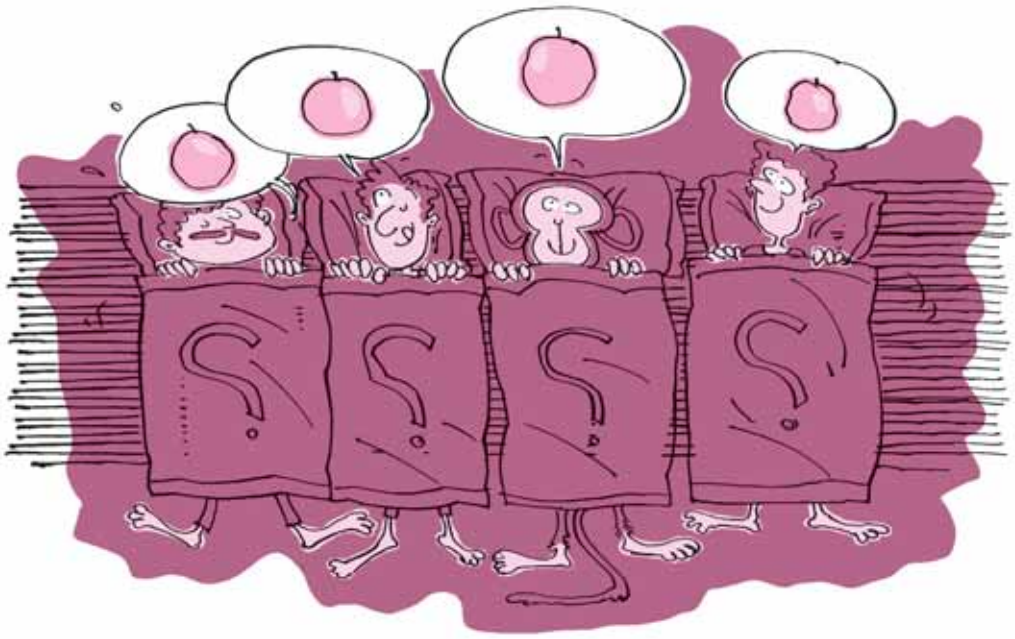
✦ **مسئلهٔ اول.** مردی به شدت به خدمتکاری قابل اعتماد و پرکار نیاز داشت تا هم از گاوهایش مراقبت کند و هم تمام کارهای خانه را انجام دهد.

چرا که همسرش مریض بود و توانایی انجام این کار را نداشـــت. او حتی قصد داشت غذا، جای خواب و روزی یک دلار، به صورت ماهانه (یعنی در پایان ماه ۳۱ دلار) به او بدهد، البته به شـــرطی که خدمتکار تمام کارهایش را انجام دهد. آن مرد مشـــکلش را با یکی از دوســـتان نزدیکش در میان گذاشت و او هم قول داد تا بگردد و فرد مناسبی را بیابد.

چند روز بعد دوســـتش که طلاسازی حرفه‌ای بـــود، مردی جوان و قوی را که مایل بود تمام کارها را به ازای حقوق پیشـــنهاد شـــده انجام دهد، به او معرفی کرد. البته آن مرد جوان یک شـــرط داشت که می‌خواست تا کارفرما آن را قبول کند. آن شرط از این قرار بود: چنانچه این خدمتکار تصمیم بگیرد کارش را در روزی مشـــخص رها کنـــد، او می‌باید حقوقـــش را تـــا آن روز کامل بدهـــد و در غیر این صورت جریمهٔ سنگینی خواهد پرداخت.

از آنجا که آن مرد نیاز شدیدی به یک خدمتکار داشت، بدون فکر زیادی موافقت کرد. خدمتکار نشان داد که عالی اســـت و تمام کارها را بدون هیچ کم و کاستی انجام داد؛ اما کارفرما حسابی نگران قول و قرار خود با آن خدمتکار بود. او بار دیگر مشکلش را به دوستش ـ همان طلاساز ـ گفت و از او خواست تا کمکش کند و ۳۱ دلار به او قرض بدهد. طلاساز به جای ۳۱ دلار، پنج انگشـــتر طلا به او داد و از او خواست تا آن‌ها را در انگشتانش قرار دهد. تاجر از من خواست تا قیمت هر یک از انگشترها را تعیین کنـــم، به گونه‌ای که آن مرد بتواند، در هر روزی از ماه آینده که خدمتکار تصمیم گرفت کارش را رها کند، حقوقش را به او بدهد.

من بـــار دیگر مســـئله را با او مـــرور کردم تا مقداری زمان برای فکر کردن بگیرم. در این حین مسافران در حال جابه‌جایی در راهرو بودند و کوپهٔ ما کاملاً پر شـــده بود. خوش‌بختانه بعد از گذشت چنـــد دقیقه جواب را پیدا کردم و قیمت هر یک از انگشترها را به او گفتم. او هم بسیار خوش‌حال شد و بی‌درنگ سؤال دوم خود را پرسید:



✦ **مسئلهٔ دوم:** سه مرد به همراه یک میمون تعدادی انبه خریدند و تصمیم گرفتند که آن‌ها را صبح روز بعد بخورند. شب یکی از مردان بیدار شد و دید چنانچه یک انبه به میمون بدهد، می‌تواند باقی انبه‌ها را به سه قسمت مساوی تقسیم کند. بنابراین او سهم خود را خورد و یک انبه هم به میمون داد.

کمی بعد نفر دوم از خواب برخاست و متوجه شد که اگر یک انبه به میمون بدهد، می‌تواند باقی انبه‌ها را به سه قسمت مساوی تقسیم کند. بنابراین او یک انبه به میمون داد و سهم خود را خورد و سپس به خواب رفت.

در نهایت سومین مرد بیدار شد و یک انبه به میمون داد و سهم خود را خورد و سپس خوابید. صبح روز بعد هنگامی که آن‌ها بیدار شدند، همهٔ آن‌ها متوجه شدند که چنانچه یک انبه را به میمون بدهند می‌توانند باقی انبه‌ها را به‌طور مساوی بین خودشان تقسیم کنند. کمترین تعداد انبه‌هایی را که این مردان خریده‌اند، تعیین کنید.

در این زمان قطار شروع به حرکت کرد و آن تاجر از من خواست به تخت بالا بروم تا او تخت پایین را با دو نفر دیگر تقسیم کند. درست زمانی که به ایستگاه بعدی رسیدیم، من توانستم این مسئله را هم حل کنم و به دوستم گفتم که کمترین تعداد انبه‌ها ۷۹ عدد است. با اینکه ما نه کاغذ داشتیم و نه خودکار، اما توانستم پاسخ را برای او شرح دهم و او هم تأیید کرد.

صبح روز بعد، زمانی که قطار در نزدیکی الله‌آباد بود، دوستم مرا از خواب بیدار کرد و از من خواست مسئلهٔ دیگری را هم برایش حل کنم. مسئلهٔ آخر از این قرار بود:

✦ **مسئلهٔ سوم:** اگر من بتوانم از روی تاریخ تولد یک نفر، روز تولد او را (اینکه چندشنبه به دنیا آمده) تشخیص دهم، آن‌گاه در هر مهمانی یا جلسه‌ای می‌توانم سر صحبت را باز کنم و به قول معروف خودی نشان بدهم.

به این نوع از مسائل، «مسائل تقویمی»[۸] می‌گویند. باید متذکر شویم، تقویمی که ما در اینجا استفاده می‌کنیم، «تقویم گریگوری» است که در زمان **پاپ پارل گریگوری** در سال ۱۵۸۲ پذیرفته شد. در این تقویم هر سال شامل ۳۶۵ روز است و سال‌هایی که بر ۴ بخش‌پذیرند، کبیسه هستند. با این استثنا که از میان سال‌هایی که بر ۱۰۰ بخش‌پذیرند، تنها آن‌هایی که بر ۴۰۰ بخش‌پذیرند، کبیسه به‌شمار می‌آیند. در نتیجه ۱۷۰۰، ۱۸۰۰ و ۱۹۰۰ سال‌های کبیسه نیستند، اما سال ۲۰۰۰ سال کبیسه است. از آنجا که هفته ۷ روز دارد، لذا در مسائل تقویم ما باید عددهای متفاوتی را به پیمانهٔ ۷ در نظر بگیریم. به‌همین دلیل روزهای هفته را به‌صورت زیر با عددهای ۰ تا ۶ (باقی‌ماندهٔ ناشی از تقسیم بر عدد ۷) تناظر می‌دهیم.

یکشنبه	۰	پنجشنبه	۴
دوشنبه	۱	جمعه	۵
سه‌شنبه	۲	شنبه	۶
چهارشنبه	۳		

همچنین ماه‌ها را به عددهای زیر تناظر می‌دهیم.

مارس	۱	سپتامبر	۷
آوریل	۲	اکتبر	۸
مه	۳	نوامبر	۹
ژوئن	۴	دسامبر	۱۰
ژوئیه	۵	ژانویه	۱۱
اوت	۶	فوریه	۱۲

علت این ترتیب عددگذاری آن است که در هر سال کبیسه، به ماه فوریه یک روز افزوده می‌شود. بنابراین راحت‌تر است که سال را با مارس شروع و به فوریه ختم کنیم. بنابراین ۲۸ فوریه ۱۹۹۹ به عنوان آخرین روز سال ۱۹۹۹ در نظر گرفته می‌شود. اگر کسی روز rام از ماه mام سال $(0 \le D \le 99)$ $N = 100C + D$ به دنیا آمده باشد، آن‌گاه، ما می‌توانیم d را که بیانگر روز تولد است، از رابطهٔ زیر به دست آوریم:

$$d = r + \left[\frac{13m-1}{5}\right] - 2C + D + \left[\frac{C}{4}\right] + \left[\frac{D}{4}\right] \quad \text{(پیمانهٔ ۷)}$$

که [X] بیانگر جزء صحیح عدد X است.

برای مثال، می‌خواهیم روز متناظر با تاریخ ۱۳ ژوئیهٔ سال ۱۹۳۸ را پیدا کنیم. در اینجا r=۱۳ و m=۵ و C=۱۹ و D=۳۸ بنابراین:

$$d = 13 + \left[\frac{13\times5-1}{5}\right] - 2\times19 + 38 + \left[\frac{19}{4}\right] + \left[\frac{38}{4}\right] \quad \text{(پیمانهٔ ۷)}$$

$$= 13 + \left[\frac{64}{5}\right] - 38 + 38 + \left[\frac{19}{4}\right] + \left[\frac{38}{4}\right] \quad \text{(پیمانهٔ ۷)}$$

از آنجا که: ۶+۷=۱۳، پس می‌توان گفت:

(پیمانهٔ ۷) $6 \equiv 13$ و

(پیمانهٔ ۷) $5 \equiv 7 + 5 = 12 = \left[\frac{64}{5}\right]$ و $4 = \left[\frac{19}{4}\right]$ و

(پیمانهٔ ۷) $2 \equiv 9 = \left[\frac{38}{4}\right]$.

بنابراین داریم: (پیمانهٔ ۷) $d = 6 + 5 + 4 + 2 = 17 \equiv 3$

در نتیجه تاریخ ۱۳ ژوئیهٔ سال ۱۹۳۸ مصادف با روز چهارشنبه است.

توجه: برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر دربارهٔ این نویسنده می‌توانید به نشانی اینترنتی زیر مراجعه کنید:
http://www.math.ualberta.ca/People/Facutypages/Sharma.A.htm

توضیحاتی دربارهٔ حل مسائل اول و دوم

۱. قیمت انگشترها باید ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ دلار بوده باشد. دربارهٔ علت این انتخاب فکر کنید. این عددها توان‌های حسابی عدد ۲ هستند. با توجه به مبناهای عددی بگویید چرا هر عدد طبیعی $n \le 31$ را می‌توان به صورت مجموعی از این عددها نوشت؟

۲. تعداد انبه‌های باقی مانده در صبح روز بعد، $3m+1$ بوده است (چرا؟) پس تعداد انبه‌ها وقتی نفر سوم از خواب بیدار شده، $3m+1$ بوده، به طوری که: $2n=3m+1$. برای نفر دوم وقتی از خواب بیدار شد، تعداد انبه‌ها $3t+1$ بوده، به طوری که: $2t=3n+1$. برای نفر اول هم تعداد انبه‌ها $3S+1$ بوده به طوری که: $2S=3t+1$. از این معادله‌ها نتیجه بگیرید: $S=\frac{27m+19}{8}$ و از آنجا با توجه به حل معادلهٔ سیالهٔ دو مجهولی خطی نتیجه بگیرید: $m=8k-1$ و در نتیجه: $S=27k-1$. لذا مینی‌مم S، ۲۶ و مینی‌مم تعداد انبه‌ها ۷۹تاست.

پی‌نوشت‌ها

1. Ambikeshwar Sharma (1920-2003)
2. Lucknow University
3. Alberta
4. Leo Moser
۵. شهر لکهنو پایتخت ایالت اوتار پرادش در هند است.
۶. الله‌آباد شهری در ایالت اوتار پرادش واقع در شمال هند است.
۷. امین‌آباد بازار بزرگی واقع در مرکز شهر لکهنو است.
8. Calender Problem